

Date: 23rd September-2026

СОЗДАНИЕ И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ В
ПРОЦЕССЕ ПРЕПОДАВАНИЯ АЛГЕБРЫ В АКАДЕМИЧЕСКОМ ЛИЦЕЕ.

Сюткина Светлана Михайловна

*Преподаватель математики высшей категории академического лицея
«International Business» Ташкентского государственного экономического
университета, город Ташкент, Узбекистан*

Аннотация: В статье рассматриваются методические особенности создания и использования проблемных ситуаций при преподавании алгебры в академических лицеях. Раскрывается значение проблемного обучения в формировании самостоятельности, критического мышления и исследовательских компетенций учащихся. Представлены сложные проблемные задания по темам «Показательные и логарифмические уравнения», «Уравнения с параметрами», «Неравенства», «Производная и исследование функций». Предложенные примеры могут использоваться на уроках, факультативных занятиях и при подготовке учащихся к олимпиадам и итоговой аттестации.

Ключевые слова: проблемное обучение, проблемная ситуация, алгебра, академический лицей, математическое мышление, уравнения с параметрами, неравенства, производная, исследовательская деятельность, математическая модель, самостоятельная работа.

Современное математическое образование предполагает не только формирование у учащихся системы знаний и навыков, но и развитие способности самостоятельно применять их в новых и нестандартных ситуациях. Особенно актуальной эта задача становится в академическом лицее, когда учащиеся уже обладают значительным запасом математических знаний и способны осуществлять более сложные логические операции.

Традиционное объяснение материала по схеме «правило — образец — выполнение аналогичных заданий» позволяет сформировать определённые вычислительные навыки, однако не всегда обеспечивает глубокое понимание математических закономерностей. В отличие от такого подхода, проблемное обучение ставит учащегося в ситуацию интеллектуального поиска. Перед ним возникает задача, для решения которой недостаточно непосредственно применить известный алгоритм.

Проблемная ситуация особенно ценна в преподавании алгебры, поскольку многие математические понятия естественным образом возникают как ответ на определённую проблему. Например, необходимость исследовать количество корней приводит к понятию дискриминанта, необходимость описать изменение функции — к производной, а исследование различных случаев решения — к уравнениям и неравенствам с параметрами.



Date: 23rd September-2026

Таким образом, преподаватель может не только сообщать готовые математические факты, но и создавать условия, при которых учащиеся самостоятельно приходят к соответствующим выводам.

1. Сущность проблемной ситуации на уроках алгебры.

Проблемная ситуация представляет собой специально организованное интеллектуальное затруднение, при котором учащийся осознаёт, что имеющихся знаний недостаточно для непосредственного решения поставленной задачи.

Для учащихся академического лица проблемные ситуации могут быть достаточно сложными и включать несколько этапов рассуждения. Важно, чтобы сложность заключалась не только в большом количестве вычислений, а прежде всего в необходимости выбора метода решения.

Например, учащимся предлагается решить уравнение

$$\log_2(x - 1) + \log_2(x + 3) = 3.$$

После стандартного решения преподаватель может изменить задачу:

$$\log_2(x - 1) + \log_2(x + 3) = m.$$

Теперь уже невозможно ограничиться единичным алгоритмом. Необходимо исследовать, как количество решений зависит от параметра m . Именно здесь возникает проблемная ситуация: учащийся должен перейти от решения конкретного уравнения к исследованию целого семейства уравнений.

Такой переход является важным элементом математического мышления высокого уровня.

2. Проблемные ситуации при изучении уравнений с параметрами.

Уравнения с параметрами являются одним из наиболее эффективных средств создания проблемных ситуаций в курсе алгебры. Они требуют от учащихся анализа условий, рассмотрения различных случаев и установления взаимосвязи между параметром и количеством решений.

Рассмотрим задачу: Дано уравнение $|x - 2| + |x + 1| = a$.

Преподаватель может поставить вопрос: «При каких значениях параметра a уравнение имеет ровно два решения?»

Сначала учащиеся могут попытаться раскрыть модули обычным способом. Однако более продуктивным является геометрический подход. Выражение $|x - 2| + |x + 1|$ можно интерпретировать как сумму расстояний от точки x до точек 2 и (-1) на числовой прямой.

Минимальное значение этой суммы равно расстоянию между точками: $2 - (-1) = 3$.

При $a < 3$ решений нет, при $a = 3$ имеется бесконечно много решений на отрезке $[-1; 2]$, а при $a > 3$ — два решения.

Таким образом, ответ: $a > 3$

Однако методическая ценность этой задачи заключается не только в получении ответа. Преподаватель может спросить: «Почему при $a = 3$ решений не одно, а



Date: 23rd September-2026

бесконечно много?» Этот вопрос создаёт новую проблемную ситуацию и заставляет учащихся глубже осмыслить геометрический смысл модуля.

3. Проблемная ситуация при изучении неравенств.

Особенно полезны проблемные ситуации при изучении сложных рациональных и иррациональных неравенств.

Например: Решить неравенство $\frac{x^2-5x+6}{x^2-4} \geq 0$

После решения данного неравенства преподаватель может предложить более сложное:

$$\frac{x^2-5x+6}{x^2-4} \geq \frac{x-2}{x+2}$$

Учащиеся могут сначала попытаться перенести выражения в левую часть и привести к общему знаменателю. В результате возникает необходимость учитывать ОДЗ и знаки множителей.

$$\text{После преобразований: } \frac{x^2-5x+6}{x^2-4} - \frac{x-2}{x+2} \geq 0; \quad \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+2)} - \frac{x-2}{x+2} \geq 0$$

На этом этапе возникает интересная ситуация: формально появляется возможность сократить множитель $(x-2)$, однако учащиеся должны заметить, что $x=2$ исключается из исходной области определения.

Это позволяет преподавателю поставить проблемный вопрос: «Почему преобразование, сохраняющее равносильность почти для всех значений переменной, может привести к потере информации об исходной задаче?»

Обсуждение приводит учащихся к важному выводу: при преобразовании выражений необходимо постоянно контролировать ОДЗ. Таким образом, математическая ошибка становится средством формирования более глубокого понимания равносильных преобразований.

4. Проблемная ситуация при изучении производной.

Производная является одной из наиболее благоприятных тем для применения проблемного обучения.

Можно начать изучение производной не с определения, а с практической проблемы.

Пусть материальная точка движется по закону $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$.

Преподаватель предлагает определить скорость движения тела в момент $t = 2$.

Средняя скорость на промежутке от t до $t + \Delta t$ определяется формулой

$$v_{cp} = \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t}.$$

Учащиеся получают выражение, содержащее Δt , и сталкиваются с вопросом: «Как определить скорость именно в один момент времени, если скорость обычно вычисляется на промежутке?»

Это и есть естественная проблемная ситуация, которая приводит к понятию предела и производной.



Date: 23rd September-2026

После введения производной: $s'(t) = 3t^2 - 12t + 9$,

можно найти мгновенную скорость: $s'(2) = 12 - 24 + 9 = -3$.

Полученный отрицательный результат также может стать объектом проблемного обсуждения: «Может ли скорость быть отрицательной?» Учащиеся приходят к пониманию того, что знак производной в данном контексте характеризует направление движения.

Таким образом, одно проблемное задание может породить несколько последовательных познавательных проблем.

5. Сложная проблемная ситуация с параметром.

Для учащихся академического лица можно предложить задачу повышенной сложности:

Дано уравнение: $x^2 - 2(a + 1)x + a^2 - 1 = 0$. Определить значения параметра a , при которых уравнение имеет два различных положительных корня.

По теореме Виета: $x_1 + x_2 = 2(a + 1)$, $x_1 \cdot x_2 = a^2 - 1$.

Для существования двух различных действительных корней необходимо: $D > 0$.

Вычислим дискриминант: $D = 4(a + 1)^2 - 4(a^2 - 1)$.

После преобразования: $D = 4(a^2 + 2a + 1 - a^2 + 1) = 8(a + 1)$.

Следовательно, $a > -1$.

Чтобы оба корня были положительными, необходимо: $x_1 + x_2 > 0$ и $x_1 \cdot x_2 > 0$

Получаем: $a + 1 > 0$, $a^2 - 1 > 0$.

Второе условие даёт: $a < -1$ и $a > 1$.

С учётом условия $a > -1$ получаем: $a > 1$.

Однако преподаватель может усложнить проблемную ситуацию вопросом: «Можно ли решить эту задачу без вычисления корней?»

Это побуждает учащихся осознать преимущества теоремы Виета и исследовательского подхода.

6. Проблемное обучение при исследовании функций.

При изучении функций проблемная ситуация может строиться на необходимости выбора между различными математическими инструментами.

Рассмотрим функцию $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$. Определить промежутки возрастания и убывания функции, а также точки экстремума.

На первый взгляд учащиеся могут попытаться исследовать функцию непосредственно по её значениям. Однако большое количество возможных значений делает такой подход неэффективным.

После постановки вопроса «Как определить характер изменения функции на всём промежутке, не вычисляя множество её значений?» учащиеся приходят к необходимости использования производной:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9.$$

Разложим: $f'(x) = 3(x^2 - 2x - 3) = 3(x - 3)(x + 1)$.

Критические точки: $x = -1, x = 3$.



Date: 23rd September-2026

Затем учащиеся исследуют знак производной и устанавливают промежутки монотонности.

Особенно полезно после выполнения задания предложить обратную проблему: «Можно ли по графику функции определить примерный вид её производной?»

Это позволяет установить взаимосвязь между аналитическим и графическим представлением математического объекта.

7. Роль преподавателя в организации проблемной деятельности.

В проблемном обучении преподаватель выступает прежде всего как организатор интеллектуальной деятельности учащихся. Он определяет содержание проблемы, подбирает уровень сложности, задаёт направляющие вопросы и создаёт условия для самостоятельного поиска.

При работе с учащимися лица целесообразно постепенно уменьшать количество подсказок. Например, сначала преподаватель может задать направление поиска, затем предложить учащимся самостоятельно выбрать метод и только при необходимости оказать минимальную помощь.

Эффективными являются вопросы:

- «Какие условия необходимо выполнить?»
- «Какие известные теоремы можно применить?»
- «Можно ли рассмотреть задачу графически?»
- «Что произойдёт при изменении параметра?»
- «Есть ли другой способ решения?»
- «Всегда ли полученное преобразование является равносильным?»
- «Как проверить найденный результат?»

Такая система вопросов формирует у учащихся привычку не искать немедленный алгоритм, а сначала анализировать математическую структуру задачи.

Использование проблемных ситуаций при преподавании алгебры в академических лицеях является эффективным средством развития математического мышления учащихся. Проблемные задания позволяют перейти от простого воспроизведения изученных алгоритмов к самостоятельному исследованию. При решении уравнений с параметрами учащиеся учатся анализировать условия и рассматривать различные случаи; при изучении неравенств — контролировать ОДЗ и равносильность преобразований; при изучении производной — понимать её как результат решения конкретной математической и практической проблемы; при исследовании функций — устанавливать взаимосвязь между аналитическим и графическим представлением.

Таким образом, проблемная ситуация должна рассматриваться не как дополнительный элемент урока, а как один из эффективных способов организации математической деятельности. Её грамотное применение позволяет формировать у лицеистов самостоятельность, умение выдвигать гипотезы, аргументировать решения, обнаруживать ошибки и переносить полученные знания на новые задачи.



Date: 23rd September-2026

Для учащихся лица особенно важно сочетать проблемные ситуации различного уровня сложности: от направленного поиска закономерности до самостоятельного исследования параметрических задач и построения математических моделей. Именно такой подход способствует формированию готовности к дальнейшему обучению в вузе и решению сложных профессиональных и практических задач.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Лернер, И. Я. Проблемное обучение. — М. : Знание, 1974.
2. Лернер, И. Я. Дидактические основы методов обучения. — М. : Педагогика, 1981. — 186 с.
3. Матюшкин, А. М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. — М. : Педагогика, 1972. — 208 с.
4. Махмутов, М. И. Теория и практика проблемного обучения. — Казань : Таткнигоиздат, 1972. — 551 с.
5. Махмутов, М. И. Проблемное обучение. Основные вопросы теории. — М. : Педагогика, 1975. — 367 с.
6. Махмутов, М. И. Организация проблемного обучения в школе : книга для учителей. — М. : Просвещение, 1977.