

Date: 27th May-2026

EGRI CHIZIQNING QAVARIQLIGI VA BOTIQLIGINING HISOBLASH
USULLARI

Ikromov Sunnatillo Nodir o'g'li

Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti

“Oliy matematika va AT” kafedrası assistenti

Xursanov Ozodbek Voxidjonovich

Nasriddinov Azalshoh Akmal o'g'li

Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti talabalari

Annotatsiya: Ushbu mavzuda egri chiziqning qavariqligi va botiqligini aniqlash usullari bayon etiladi. Funksiyaning ikkinchi hosilasi yordamida grafikning qaysi oraliqlarda qavariq yoki botiq ekanligi aniqlanadi. Shuningdek, burilish nuqtalarini topish qoidalari ham ko'rib chiqiladi. Mazkur mavzu matematik analiz fanida funksiyalarni chuqur o'rganish, ularning grafiklarini tahlil qilish va amaliy masalalarni yechishda muhim ahamiyatga ega hisoblanadi.

Kalit so'zlari: egri chiziq, qavariqlik, botiqlik, funksiya, ikkinchi hosila, burilish nuqtasi, grafik tahlili, matematik analiz.

Bir qiymatli differensiallanuvchi $f(x)$ funksiyaning tekislikdagi grafigi bo'lgan $y = f(x)$ egri chiziqni qaraymiz.

Agar (a, b) intervalda egri chiziqning hamma nuqtalari uning har qanday urinmasidan yuqorida bo'lsa, shu intervalda egri chiziqning *qavariqligi pastga yo'nalgan* deymiz.

Agar (a, b) intervalda egri chiziqning hamma nuqtalari uning har qanday urinmasidan pastda bo'lsa, shu intervalda egri chiziqning *qavariqligi yuqoriga yo'nalgan* deymiz.

Qavariqligi yuqoriga qaragan egri chiziqni *qavariq* egri chiziq, qavariqligi pastga qaragan egri chiziqni *botiq* egri chiziq deb ataymiz.

1-rasmda (a, b) intervalda qavariq va (b, c) intervalda botiq egri chiziq ko'rsatilgan. Egri chiziq qavariqligining yo'nalishi egri chiziq shaklining muhim xarakteristikasidir. Bu paragraf $y = f(x)$ funksiyaning tekshirib, grafigining turli intervallarda qavariqligining yo'nalishi haqida fikr hosil bo'ladigan belgilar topishga bag'ishlangan.

Agar (a, b) intervalning hamma nuqtalarida $f(x)$ funksiyaning ikkinchi hosilasi manfiy, ya'ni $f'(x) < 0$ bo'lsa, shu intervalda $y = f(x)$ egri chiziqning qavariqligi yuqoriga qaragan (egri chiziq qavariq) bo'ladi.

(a, b) intervalda ixtiyoriy $x = x_0$ nuqtani olamiz (1-rasm) va egri chiziqqa uning absissasi $x = x_0$ bo'lgan nuqtasida urinma o'tkazamiz. Agar egri chiziqning (a, b) intervaldagi hamma nuqtalari shu urinmadan pastda yotganini, ya'ni $y = f(x)$ egri chiziq istalgan nuqtasining ordinatasi urinmaning o'sha x qiymatidagi ordinatasi bo'lgan \bar{y} dan kichikligini aniqlasak, yuqoridagi tushuncha isbotlangan bo'ladi.



Date: 27th May-2026



Egri chiziq tenglamasi ushbu ko'rinishga ega: $y = f(x)$. (1)

Egri chiziqqa uning $x = x_0$ nuqtasidagi urinma tenglamasi ushbu ko'rinishga ega:

1-rasm

$$\bar{y} - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

yoki:

$$\bar{y} = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0). \quad (2)$$

(1) va (2) tenglamalardan absissa x ning bir qiymatiga mos egri chiziq va urinma nuqtalari ordinatalarining ayirmasi:

$$y - \bar{y} = f(x) - f(x_0) - f'(x_0)(x - x_0)$$

ekanligi kelib chiqadi.

$f(x) - f(x_0)$ ayirmaga Lagranj teoremasini qo'llanib, ushbu tenglikni topamiz:

$$y - \bar{y} = f'(c)(x - x_0) - f'(x_0)(x - x_0)$$

(c nuqta x_0 bilan x orasida yotadi) yoki

$$y - \bar{y} = [f'(c) - f'(x_0)](x - x_0).$$

$f'(c) - f'(x_0)$ ayirmaga yana Lagranj teoremasini qo'llanib, ushbuni hosil qilamiz:

$$y - \bar{y} = f''(c_1)(c - x_0)(x - x_0) \quad (3)$$

(c_1 nuqta x_0 bilan c orasida yotadi.)

Avvalo $x > x_0$ bo'lgan holni qaraymiz. Bu holda $x_0 < c_1 < c < x$; bunda

$$x - x_0 > 0, \quad c - x_0 > 0$$

va bundan tashqari, shartga ko'ra:

$$f''(c_1) < 0,$$

Shuning uchun (3) tenglikdan $y - \bar{y} < 0$ ekanligi kelib chiqadi. Endi $x < x_0$ bo'lgan holni qaraymiz. Bu holda $x < c < c_1 < x_0$ va $x - x_0 < 0, c - x_0 < 0$ bo'ladi va shartga ko'ra $f''(c_1) < 0$ bo'lgani uchun (3) tenglikdan

$$y - \bar{y} < 0$$

ekanligi kelib chiqadi.

Shunday qilib, (a, b) intervalda x va x_0 ning har qanday qiymatlarida egri chiziqning istalgan nuqtasi shu egri chiziqqa o'tkazilga urinma nuqtasidan pastda yotganligini isbotladik. Bu esa egri chiziq qavariq degan so'zdir. Yuqoridagi tushuncha isbotlandi.

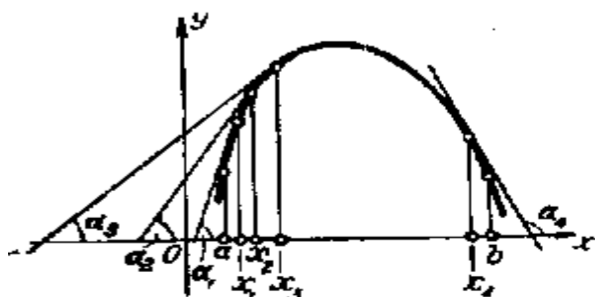
Quyidagi ham shu tarzda isbotlanadi.

Agar (b, c) intervalning hamma nuqtalarida $f(x)$ funksiyaning ikkinchi hosilasi musbat, ya'ni $f''(x) > 0$ bo'lsa, shu intervalda $y = f(x)$ egri chiziqning qavariqligi pastga yo'nalgan (botiq) bo'ladi.

Izoh. Yuqoridagilarning mazmunini geometrik tasvirlash mumkin. (a, b) intervalda qavariq bo'lgan $y = f(x)$ egri chiziqni qaraylik (2-rasm).



Date: 27th May-2026



$f'(x)$ hosila egri chiziqqa uning absissasi x bo'lgan nuqtasidagi urinmaning Ox o'qqa og'ish burchagi α ning tangensiga teng, ya'ni $f'(x) = tg\alpha$. Shuning uchun

$f'(x) = [tg\alpha]'_x$. Agar (a, b) intervalda hamma x uchun $f''(x) < 0$ bo'lsa, buning ma'nosi x ning o'sishi bilan $tg\alpha$ kamayganda tegishli egri chiziqning

qavariq bo'lishi shaklda ravshan ko'rinib turibdi. Yuqoridagi tushuncha ham shuning singari geometrik usulda tasvirlanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

- [1]. N. S. Piskunov Differensial va integral hisob Oliy texnika o'quv yurtlari uchun "O'qituvchi nashriyoti" Toshkent-1974.

