

Date: 1st September-2026

**РАЗВИТИЕ КОМБИНАТОРНОГО МЫШЛЕНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ
МАТЕМАТИКЕ**

Сюткина Светлана Михайловна

Преподаватель математики высшей категории академического лица
«International Business» Ташкентского государственного экономического
университета, город Ташкент, Узбекистан

Аннотация. В статье рассматривается проблема развития комбинаторного мышления учащихся в процессе изучения математики. Обосновывается значение комбинаторных задач для формирования умений анализировать условия, осуществлять систематический перебор вариантов, устанавливать взаимосвязи между объектами, выдвигать и проверять гипотезы. Раскрываются основные приёмы развития комбинаторного мышления: построение дерева вариантов, использование таблиц и схем, разбиение задачи на случаи, применение правила суммы и произведения, поиск закономерностей и переход от конкретного перебора к обобщению. Приводятся примеры заданий, которые могут использоваться на различных этапах обучения математике. Показано, что систематическое включение комбинаторных задач способствует развитию логического, вариативного и критического мышления, математической речи и самостоятельности обучающихся.

Ключевые слова: комбинаторное мышление, обучение математике, комбинаторные задачи, математическое мышление, перебор вариантов, дерево вариантов, логическое мышление, математическое образование.

Современное математическое образование ориентировано не только на усвоение формул, правил и алгоритмов, но и на развитие способности обучающихся самостоятельно рассуждать, находить различные способы решения задач, анализировать полученные результаты и переносить приобретённые способы деятельности в новые ситуации. В этой связи особое значение приобретает развитие комбинаторного мышления.

Комбинаторное мышление можно рассматривать как совокупность интеллектуальных действий, позволяющих выявлять и систематически исследовать множество возможных вариантов, устанавливать взаимосвязи между ними, учитывать ограничения и определять количество объектов или способов их расположения. Исследователи подчёркивают связь комбинаторного мышления с выбором стратегий, вариативностью поиска и дивергентным характером математической деятельности.

Актуальность развития данного вида мышления обусловлена тем, что комбинаторные ситуации встречаются не только в специальном разделе математики, но и в алгебре, геометрии, теории вероятностей, статистике, информатике, а также в



Date: 1st September-2026

различных практических ситуациях. Умение рассматривать несколько возможных вариантов решения становится важной составляющей математической грамотности.

Одной из особенностей комбинаторных задач является то, что они требуют от обучающегося не столько применения готового алгоритма, сколько организации собственного поиска. При решении такой задачи необходимо ответить на несколько вопросов: какие объекты рассматриваются; какие варианты возможны; какие из них удовлетворяют условию; как обеспечить полноту перебора; как исключить повторения?

Именно поэтому комбинаторные задачи обладают значительным развивающим потенциалом. Они создают условия для перехода от непосредственного перебора к его рациональной организации, а затем — к формулированию общего правила.

Целесообразно выделить несколько компонентов комбинаторного мышления:

1. **Аналитический компонент** — выделение объектов, условий и ограничений задачи.
2. **Вариативный компонент** — способность рассматривать несколько возможных случаев.
3. **Систематизирующий компонент** — организация перебора таким образом, чтобы не пропустить варианты и не посчитать один вариант несколько раз.
4. **Обобщающий компонент** — переход от конкретных примеров к правилу или формуле.
5. **Рефлексивный компонент** — проверка полноты и правильности полученного решения.

Таким образом, обучение комбинаторике должно быть направлено не только на запоминание формул перестановок, размещений и сочетаний. Более важной задачей является формирование у учащихся культуры организации перебора и математического рассуждения.

Дерево вариантов как средство развития комбинаторного мышления.

Одним из доступных средств формирования комбинаторного мышления является дерево вариантов. Оно позволяет визуализировать последовательность выбора и сделать структуру задачи понятной даже обучающимся, которые испытывают трудности при работе с формулами.

Пример 1. Пусть имеются три цвета: красный, синий и зелёный. Сколько различных двухцветных флагов можно составить, если цвета не должны повторяться?

На первом этапе можно организовать непосредственный перебор:

- красный — синий;
- красный — зелёный;
- синий — красный;
- синий — зелёный;
- зелёный — красный;



Date: 1st September-2026

- зелёный — синий.

Получаем 6 вариантов.

Однако педагогическая ценность задания заключается не только в получении ответа. Учитель предлагает обучающимся изобразить решение в виде дерева вариантов и объяснить, почему каждый вариант был учтён ровно один раз. После этого можно поставить вопрос: «Как изменится количество вариантов, если использовать четыре цвета?» Такой переход заставляет обучающегося увидеть закономерность: для первого места существует 3 варианта, а для второго — 2, поэтому количество вариантов определяется произведением $3 \cdot 2$.

Таким образом, конкретная ситуация становится основой для открытия правила произведения.

Разбиение задачи на случаи.

Другим эффективным приёмом является разбиение множества возможных решений на непересекающиеся случаи. Такой подход особенно полезен тогда, когда непосредственный перебор становится громоздким.

Пример 2. Сколько существует трёхзначных чисел, составленных из цифр 1, 2, 3, 4, если цифры могут повторяться?

Для первой цифры существует 4 варианта, для второй — также 4, для третьей — 4. Следовательно,

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64.$$

После решения полезно изменить условие: «А сколько чисел получится, если цифры повторяться не могут?» Теперь количество вариантов определяется выражением

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24.$$

Сравнение двух решений позволяет обучающимся самостоятельно обнаружить зависимость количества вариантов от наличия или отсутствия повторений. Такой приём формирует не механическое применение формулы, а понимание её происхождения.

Задачи с несколькими способами решения.

Особенно эффективными для развития комбинаторного мышления являются задачи, допускающие несколько способов решения.

Пример 3. В классе 5 учеников. Сколькими способами можно выбрать двух дежурных?

Один способ решения основан на последовательном выборе: первого дежурного можно выбрать 5 способами, второго — 4 способами. Получаем $5 \cdot 4 = 20$. Но в данном случае каждая пара посчитана дважды: например, выбор «А и Б» и выбор «Б и А» представляет одну и ту же пару. Поэтому количество способов равно $20 : 2 = 10$.

Другой путь — непосредственный систематический перебор:

А–Б, А–В, А–Г, А–Д;

Б–В, Б–Г, Б–Д;



Date: 1st September-2026

В–Г, В–Д;

Г–Д.

Получается 10 пар.

Сравнение способов позволяет обсудить с учащимися важный вопрос: почему в одном случае возникает необходимость деления на 2? Такое обсуждение подводит к осмысленному введению понятия сочетания.

От конкретного перебора к математическому обобщению.

Важным условием развития комбинаторного мышления является постепенное усложнение заданий. На начальном этапе целесообразно использовать задачи, которые можно решить предметным моделированием, рисунком или таблицей. Затем вводятся схемы и дерево вариантов. Следующий этап предполагает использование правил суммы и произведения, а уже после этого — комбинаторных формул.

Например, обучающимся можно предложить задачу:

«В столовой имеются 3 вида супа, 4 вида второго блюда и 2 вида напитка. Сколько различных обедов можно составить, выбрав по одному блюду каждого вида?»

Учащиеся могут сначала представить конкретные комбинации, затем заметить, что каждому из 3 вариантов первого блюда соответствует 4 варианта второго и 2 варианта напитка. Следовательно, $3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$.

После этого важно сформулировать общий вывод: если первый объект можно выбрать m способами, второй — n способами, а третий — k способами, то количество комбинаций определяется произведением $m \cdot n \cdot k$.

Таким образом, математическое правило возникает как результат анализа конкретной деятельности.

Использование задач с ошибочными решениями.

Для развития критического и комбинаторного мышления полезно предлагать не только задачи на получение ответа, но и задания на анализ готового решения.

Пример 4. Ученик утверждает: «Из цифр 1, 2, 3 можно составить 9 различных двузначных чисел, потому что для первой цифры есть 3 варианта и для второй — 3 варианта».

Учитель предлагает определить, верно ли рассуждение, если цифры нельзя повторять.

Обучающиеся должны обнаружить ошибку: после выбора первой цифры остаются только две цифры для второго разряда. Следовательно, правильное количество вариантов равно $3 \cdot 2 = 6$.

Подобные задания имеют особую ценность, поскольку требуют не просто вычислить результат, а проанализировать чужое рассуждение, найти место ошибки и аргументировать собственную позицию.

Роль учителя в развитии комбинаторного мышления.



Date: 1st September-2026

Развитие комбинаторного мышления невозможно обеспечить исключительно увеличением количества решаемых задач. Существенное значение имеет организация учебного диалога. Учителю целесообразно задавать вопросы, направляющие учащегося на анализ структуры задачи:

- Какие варианты необходимо рассмотреть?
- Можно ли организовать перебор так, чтобы ничего не пропустить?
- Есть ли одинаковые варианты, которые считаются несколько раз?
- Можно ли разделить задачу на случаи?
- Можно ли решить задачу другим способом?
- Как проверить полученный результат?
- Можно ли сформулировать общее правило?

Такой подход соответствует современной ориентации математического образования на активную деятельность обучающихся, математическое рассуждение и решение проблем. Международные рекомендации по преподаванию математики также подчёркивают важность таких практик, как постановка задач, рассуждение, представление математических идей и обсуждение различных способов решения [4].

Следует отметить и возможности цифровых образовательных средств. Динамические таблицы, интерактивные схемы, электронные тренажёры и простейшие программы перебора позволяют визуализировать множество вариантов и исследовать его структуру. Однако цифровой инструмент не должен заменять математическое рассуждение: его задача — сделать структуру перебора более наглядной и предоставить возможность для проверки гипотез.

Исследования, посвящённые обучению комбинаторике, показывают перспективность сочетания индивидуальной работы, группового обсуждения, рефлексии и последующей проверки полученных результатов [3]. Поэтому целесообразно организовывать занятия таким образом, чтобы обучающиеся сначала самостоятельно предлагали стратегии, затем сравнивали их в малых группах и только после этого переходили к формализации решения.

Комбинаторное мышление является важной составляющей математической культуры учащегося. Его развитие позволяет формировать способность видеть множество возможностей, систематизировать информацию, устанавливать закономерности, выбирать рациональную стратегию и проверять полноту собственного решения.

Наиболее эффективным представляется не эпизодическое включение комбинаторных задач в курс математики, а их систематическое использование на разных этапах обучения. При этом следует двигаться от конкретного перебора к его графическому представлению, от схемы — к правилу, а от правила — к математическому обобщению.

Особую роль играют задачи с несколькими способами решения, задания на обнаружение ошибок, задачи с изменяющимися условиями и проблемные ситуации, в которых обучающийся должен самостоятельно определить способ организации



Date: 1st September-2026

поиска. Такая система работы способствует развитию не только собственно комбинаторных умений, но и логического, критического, вариативного и творческого мышления.

Таким образом, комбинаторика в школьном математическом образовании должна рассматриваться не только как совокупность формул и типов задач, но и как эффективный инструмент формирования математического мышления. Организация целенаправленной комбинаторной деятельности создаёт условия для перехода обучающихся от механического применения известных алгоритмов к осознанному исследованию математических ситуаций и самостоятельному построению способов решения.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Евсеева Е. Г. Формирование комбинаторного мышления у обучающихся как компетенция будущего учителя математики // Дидактика математики: проблемы и исследования. 2024.
2. Эрназарова Н. Х. Решение комбинаторных задач – как средство формирования стохастической линии в обучении математике.
3. Виленкин Н. Я. Комбинаторика. М.: Просвещение, 1975.